21 bài toán hình chọn lọc ôn thi lớp 9 lên 10

Câu 1: Từ điểm A ở bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến Am, AN với đường tròn (M, N là các tiếp điểm). Đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt B,C (O không thuộc (d), B nằm giữa A và C). Gọi H là trung điểm của BC.

1. Chứng minh các điểm O, H, M, A, N cùng nằm trên một đường tròn,
2. Chứng minh HA là tia phân giác của .

Lấy điểm E trân MN sao cho BE song song với AM. Chứng minh HE//CM.

1. Giải: Theo tính chất tiếp tuyến căt nhau ta có :



Do H là trung điểm của BC nên ta có:



Do đó 3 điểm A, M, H, N, O thuộc đường tròn đường kính AO

1. Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có: AM = AN

Do 5 điểm A, M, H, O, N cùng thuộc một đường tròn nên:

 (góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Do đó HA là tia phân giác của 

1. Theo giả thiết AM//BE nên ( đồng vị) (1)

Do 5 điểm A, M, H, O, N cùng thuộc một đường tròn nên:

 (góc nội tiếp chắn cung MH) (2)

Từ (1) và (2) suy ra 

Suy ra tứ giác EBNH nội tiếp

Suy ra 

Mà (góc nội tiếp chắn cung MB)

Suy ra: 

Suy ra EH//MC.

Câu 2: Cho hình vuông ABCD . Lấy điểm E thuộc cạnh BC , với E không trùng B và E không trùng C . Vẽ EF vuông góc với AE , với F thuộc CD . Đường thẳng AF cắt đường thẳng BC tại G . Vẽ đường thẳng a đi qua điểm A và vuông góc với AE , đường thẳng a cắt đường thẳng DE tại điểm H .

 1 / Chứng minh  .

 2 / Chứng minh rằng tứ giác AEGH là tứ giác nội tiếp được đường tròn .

 3 / Gọi b là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AHE tại E , biết b cắt đường trung trực của đoạn thẳng EG tại điểm K . Chứng minh rằng KG là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AHE .



Giải:

Chứng minh tứ giác AEFD nội tiếp



AEF  DCE ( g – g )



2 / Ta có phụ với

Ta có  phụ với 

Mà 



Suy ra tứ giác AEFD nội tiếp đường tròn đường kính HE

Gọi I trung điểm của HEI là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác AEFD cũng là đường tròn ngoại tiếp 

I nằm trên đường trung trực EG IE = IG

Vì K nằm trên đường trung trực EG KE = KG

Suy ra IEK =IGK ( c-c-c )



tại G của đường tròn ngoại tiếp 

KG là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp

Câu 3: Cho đường tròn tâm O bán kính R. Một đường thẳng d không đi qua O và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt A và B. Trên d lấy điểm M sao cho A nằm giữa M và B. Từ M kẻ hai tiếp tuyến MC và MD với đường tròn (C, D là các tiếp điểm).

* 1. Chứng minh rằng MCOD là tứ giác nội tiếp.
	2. Gọi I là trung điểm của AB. Đường thẳng IO cắt tia MD tại K. Chứng minh rằng KD. KM = KO. KI

Một đường thẳng đi qua O và song song với CD cắt các tia MC và MD lần lượt tại E và F. Xác định vị trí của M trên d sao cho diện tích tam giác MEF đạt giá trị nhỏ nhất.

Giải:

Câu 4: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB = 2R và tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với AB. Từ điểm M trên Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm). AC cắt OM tại E; MB cắt nửa đường tròn (O) tại D (D khác B).

a) Chứng minh AMOC là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh AMDE là tứ giác nội tiếp đường tròn.

c) Chứng mình 

Giải: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB = 2R và tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với AB. Từ điểm M trên Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm). AC cắt OM tại E; MB cắt nửa đường tròn (O) tại D (D khác B).

a) Chứng minh AMCO là tứ giác nội tiếp đường tròn.



b) Chứng minh AMDE là tứ giác nội tiếp đường tròn.

c) Chứng mình 

Giải.

a)  nên tứ giác AMCO nội tiếp

b) . Tứ giác AMDE có

D, E cùng nhìn AM dưới cùng một góc 900

Nên AMDE nội tiếp

c) Vì AMDE nội tiếp nên 

Vì AMCO nội tiếp nên 

Suy ra 

Câu 5: Cho tam giác nhọn ABC (AB < AC < BC) nội tiếp trong đường tròn (O). Gọi H là giao điểm của hai đường cao BD và CE của tam giác ABC 

 **a.** Chứng minh tứ giác BCDE nội tiếp trong một đường tròn

 **b.** Gọi I là điểm đối xứng với A qua O và J là trung điểm của BC. Chứng minh rằng ba điểm H, J, I thẳng hàng

 **c.** Gọi K, M lần lượt là giao điểm của AI với ED và BD. Chứng minh rằng 

Giải:

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 5.** **a.** BCDE nội tiếp  Suy ra BCDE nội tiếp đường tròn đường kính BC |  |
| **b.** H, J, I thẳng hàng IB ⊥ AB; CE ⊥ AB (CH ⊥ AB)Suy ra IB // CH IC ⊥ AC; BD ⊥ AC (BH ⊥ AC)Suy ra BH // ICNhư vậy tứ giác BHCI là hình bình hành J trung điểm BC ⇒ J trung điểm IHVậy H, J, I thẳng hàng |
| **c.**   cùng bù với góc  của tứ giác nội tiếp BCDE  vì ΔABI vuông tại B Suy ra  , hay  Suy ra ΔAEK vuông tại K Xét ΔADM vuông tại M (suy từ giả thiết) DK ⊥ AM (suy từ chứng minh trên)www.VNMATH.Như vậy  |  |

Câu 6: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và H là trực tâm.Vẽ hình bình hành BHCD.Đường thẳng đi qua D và song song BC cắt đường thẳng AH tại E.

1. Chứng minh A,B,C,D,E cùng thuộc một đường tròn
2. Chứng minh 
3. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và M là trung điểm của BC,đường thẳng AM cắt OH tại G.Chứng minh G là trọng tâm của tam giácABC.

Giả sử OD = a.Hãy tính độ dài đường tròn ngoại tiếp tam giác BHC theo a

Giải:

Giải câu c)

Vì BHCD là HBH nên H,M,D thẳng hàng

Tam giác AHD có OM là ĐTBình => AH = 2 OM

Và AH // OM

2 tam giác AHG và MOG có 

(đ đ)

 

Hay AG = 2MG

Tam giác ABC có AM là trung tuyến; G  AM

Do đó G là trọng tâm của tam giác ABC

d) ( vì BHCD là HBH)

có B ;D ;C nội tiếp (O) bán kính là a

Nên tam giác BHC cũng nội tiếp (K) có bán kính a

Do đó C (K) = ( ĐVĐD)

Câu 7: Cho đường tròn tâm O đường kính AB = 2R. Gọi C là trung điểm của OA, qua C kẻ dây MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tùy ý trên cung nhỏ BM, H là giao điểm của AK và MN.

1. Chứng minh tứ giác BCHK là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh AK.AH = R2

Trên KN lấy điểm I sao cho KI = KM, chứng minh NI = KB.

1. Giải: *Tứ giác BCHK là tứ giác nội tiếp*.

Ta có :  (góc nội tiếp chắn nữa đường tròn)

hay 

Tứ giác BCHK có 

 tứ giác BCHK là tứ giác nội tiếp.

1. 

Dễ thấy 

1. 

 có  cân tại 

 có *MC* là đường cao đồng thời là đường trung tuyến *(gt)*  cân tại 

 là tam giác đều 

 là tam giác cân *(KI = KM)* có  nên là tam giác đều .

Dễ thấy  cân tại B có  nên là tam giác đều 

Gọi E là giao điểm của AK và MI.

Dễ thấy  KB // MI (vì có cặp góc ở vị trí so le trong bằng nhau) mặt khác  nên tại E .

Câu 8: Cho đường tròn (O) và một điểm A sao cho OA=3R. Qua A kẻ 2 tiếp tuyến AP và AQ của đường tròn (O),với P và Q là 2 tiếp điểm.Lấy M thuộc đường tròn (O) sao cho PM song song với AQ.Gọi N là giao điểm thứ 2 của đường thẳng AM và đường tròn (O).Tia PN cắt đường thẳng AQ tại K.

 1.Chứng minh APOQ là tứ giác nội tiếp.

 2.Chứng minh KA2=KN.KP

 3.Kẻ đường kính QS của đường tròn (O).Chứng minh tia NS là tia phân giác của góc.

 4. Gọi G là giao điểm của 2 đường thẳng AO và PK .Tính độ dài đoạn thẳng AG theo bán kính R.

Giải:

|  |
| --- |
| *Xét tứ giác APOQ có* *(Do AP là tiếp tuyến của (O) ở P)**(Do AQ là tiếp tuyến của (O) ở Q)**,mà hai góc này là 2 góc đối nên tứ giác APOQ là tứ giác nội tiếp*   |
| *Xét AKN và PAK có  là góc chung* *( Góc nt……cùng chắn cung NP)**Mà (so le trong của PM //AQ**AKN ~ PKA (gg) (đpcm)* |
| *Kẻ đường kính QS của đường tròn (O)**Ta có AQQS (AQ là tt của (O) ở Q)**Mà PM//AQ (gt) nên PMQS* *Đường kính QS PM nên QS đi qua điểm chính giữa của cung PM nhỏ**(hai góc nt chắn 2 cung bằng nhau)**Hay NS là tia phân giác của góc PNM* |
| *Chứng minh được AQO vuông ở Q, có QGAO(theo Tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)**Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có**Do KNQ ~KQP (gg) mà nên AK=KQ**Vậy APQ có các trung tuyến AI và PK cắt nhau ở G nên G là trọng tâm* |

Câu 9: Cho đường tròn tâm O đường kính AB = 2R và C là một điểm nằm trên đường tròn sao cho CA > CB. Gọi I là trung điểm của OA. Vẽ đường thẳng d vuông góc với AB tại I, cắt tia BC tại M và cắt đoạn AC tại P; AM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K.

1/ Chứng minh tứ giác BCPI nội tiếp được trong một đường tròn.

2/ Chứng minh ba điểm B, P, K thẳng hàng.

3/ Các tiếp tuyến tại A và C của đường tròn (O) cắt nhau tại Q. Tính diện tích của tứ giác QAIM theo R khi BC = R.

1. Giải: Tứ giác BCPI nội tiếp (hs *tự cm*).
2. Dễ thấy MI và AC là hai đường cao của  là trực tâm

của  là đường cao thứ ba .

Mặt khác  (góc nội tiếp chắn nữa đường tròn) .

Từ (1) và (2) suy ra ba điểm B, P, Q thẳng hàng.

c) 

Khi BC = R dễ thấy tam giác OBC là tam giác đều suy ra 

Mà  (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và góc nội tiếp cùng chắn ) do đó .

Dễ thấy tam giác QAC cân tại Q (QA = QC) có  nên là tam giác đều .

Dễ thấy 

Trong tam giác vuông  ta có .

Ta chứng minh được tứ giác QAIM là hình thang vuông .

Do đó (*đvdt*).



Câu 10: Cho đường tròn O. Từ A là một điểm nằm ngoài (O) kẻ các tiếp tuyến AM và AN với (O) ( M; N là các tiếp điểm ).

 1) Chứng minh rằng tứ giác AMON nội tiếp đường tròn đường kính AO.

 2) Đường thẳng qua A cắt đường tròn (O) tại B và C (B nằm giữa A và C ). Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh I cũng thuộc đường tròn đường kính AO.

 3) Gọi K là giao điểm của MN và BC . Chứng minh rằng AK.AI = AB.AC.

1. Giải: Theo tính chất tiếp tuyến vuông góc với bán kính

tại tiếp điểm ta có : 

 vuông tại M  A, M , O thuộc đường tròn

đường kính AO ( Vì AO là cạnh huyền)

 vuông tại N  A, N, O thuộc đường tròn

đường kính AO (Vì AO là cạnh huyền)

Vậy: A, M, N, O cùng thuộc đường tròn đường kính AO

Hay tứ giác AMNO nội tiếp đường tròn đường kính AO

1. Vì I là trung điểm của BC (theo gt)  (tc)

  vuông tại I  A, I, O thuộc đường tròn

đường kính AO (Vì AO là cạnh huyền)

Vậy I cũng thuộc đường tròn đường kính AO (đpcm)

1. Nối M với B, C.

Xét  có  chung

 sđ

 (g.g)  (1)

Xét  có  chung

  (Vì:  cùng chắn 

 và  )

(g.g)  (2)

Từ (1) và (2) ta có: AK.AI = AB.AC (đpcm)

Câu 11: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O. Hai đường cao AD, BE cắt nhau tại H (DBC, E AC) .

1. Chứng minh tứ giác ABDE nội tiếp đường tròn.
2. Tia AO cắt đường tròn (O) tại K ( K khác A). Chứng minh tứ giác BHCK là hình bình hành.
3. Gọi F là giao điểm của tia CH với AB. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:



Giải:

|  |  |
| --- | --- |
| **H****F****E****D****K****O****C****B****A** | a) Vì AD và BE là các đường cao nên ta có:  |
|  Hai góc  cùng nhìn cạnh AB dưới một góc nên tứ giác ABDE nội tiếp đường tròn. |
| b) Ta có:(góc nội tiếp chắn nữa đường tròn)  (1)Ta có H là trực tâm của tam giác ABC nên: (2) |
| Từ (1) và (2), suy ra: BH // CK, CH // BK.Vậy tứ giác BHCK là hình bình hành (theo định nghĩa) |
| Đặt SBHC = S1, SAHC = S2, SAHB = S3, SABC = S. Vì  nhọn nên trực tâm H nằm bên trong , do đó: S = S1 + S2 + S3 . |
| Ta có:  |
| Cộng vế theo vế (1), (2), (3), ta được:Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 3 số dương, ta có: (4) ;  (5) |
| Nhân vế theo vế (4) và (5), ta được: . Đẳng thức xẩy ra  hay H là trọng tâm của , nghĩa là  đều. |

Câu 12: Cho đường tròn (O) và điểm M ở ngoài đường tròn. Qua M kẻ các tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MPQ (MP < MQ). Gọi I là trung điểm của dây PQ, E là giao điểm thứ 2 giữa đường thẳng BI và đường tròn (O). Chứng minh:

 1/ Tứ giác BOIM nội tiếp. Xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó

 2/ BOM = BEA

 3/ AE // PQ

 4/ Ba điểm O; I; K thẳng hàng, với K là trung điểm của EA

Giải: Ta có MB là tiếp tuyến của (O) (gt)

* OB  MB
* OBM = 900
* B thuộc đường tròn đường kính OM (1)

Ta có IQ = IP (gt)

* OI  QP (Tính chất liên hệ giữa đường kính và dây cung)
* OIM = 900
* I thuộc đường tròn đường kính OM (2)

Từ (1) và (2) => BOIM nội tiếp đường tròn đường kính OM

2/ Ta có BOM = AOM (Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

* BOM = BOA

mà BOA = SđAB

* BOM = SđAB

Ta lại có BEA = SđAB (Định lý góc nội tiếp)

* BOM = BEA

3/ Ta có: Tứ giác BOIM nội tiếp (Chứng minh trên)

* BOM = BIM (Cùng chắn BM)

mà BOM = BEA (Chứng minh trên)

* BIM = BEA

Mặt khắc BIM và BEA là hai góc ở vị trí đồng vị

* AE // PQ

4/ Ta có OI  QP và AE // PQ (chứng minh trên);

* OI  AE (3)

mà KE = KA (gt)

* OK  AE (tính chất liên hệ giữa đường kính và dây cung) (4)

Từ (3) và (4), ta thấy qua điểm O có hai đường thẳng OI và OK cùng song song với AE

* OI và OK phải trùng nhau

Ba điểm O, I, K thẳng hàng



Câu 12: Cho đường tròn (O), dây cung BC (BC không là đường kính). Điểm A di động trên cung nhỏ BC (A khác B và C; độ dài đoạn AB khác AC). Kẻ đường kính AA’ của đường tròn (O), D là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC. Hai điểm E, F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ B, C đến AA’. Chứng minh rằng:

1. Bốn điểm A, B, D, E cùng nằm trên một đường tròn.
2. BD.AC = AD.A’C.
3. DE vuông góc với AC.
4. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF là một điểm cố định.

Giải:

|  |
| --- |
| Vì  ⇒ bốn điểm A, B, D, E cùng thuộc đường tròn đường kính AB. |
| Xét ΔADB và ΔACA’ có: ( vì là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn); (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC)⇒ ΔADB ~ ΔACA’ (g.g)  |
| ⇒  ⇒ BD.AC = AD.A’C (đpcm). |
| Gọi H là giao điểm của DE với AC. Tứ giác AEDB nội tiếp ⇒   |
|  và  là hai góc nội tiếp của (O) nên:  |
| ⇒  (do AA’ là đường kính) |
| Suy ra:  ⇒ ΔCHD vuông tại H. |
| Do đó: DE ⊥ AC. |
| Gọi I là trung điểm của BC, K là giao điểm của OI với DA’, M là giao điểm của EI với CF, N là điểm đối xứng với D qua I. Ta có: OI ⊥ BC ⇒ OI // AD (vì cùng ⊥ BC) ⇒ OK // AD.ΔADA’ có: OA = OA’ (gt), OK // AD ⇒ KD = KA’.ΔDNA’ có ID = IN, KD = KA’ ⇒ IK // NA’; mà IK ⊥ BC (do OI ⊥ BC) ⇒ NA’ ⊥ BC.Tứ giác BENA’ có  nên nội tiếp được đường tròn⇒ .Ta lại có:  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB của (O)).⇒  ⇒ NE // AC (vì có hai góc ở vị trí đồng vị bằng nhau).Mà DE ⊥ AC, nên DE ⊥ EN (1)Xét ΔIBE và ΔICM có:   (đối đỉnh) IB = IC (cách dựng)  (so le trong, BE // CF (vì cùng ⊥ AA’)) |
| ⇒ ΔIBE = ΔICM (g.c.g) ⇒ IE = IM ΔEFM vuông tại F, IE = IM = IF.Tứ giác DENM có IE = IM, ID = IN nên là hình bình hành (2)Từ (1) và (3) suy ra DENM là hình chữ nhật ⇒ IE = ID = IN = IM⇒ ID = IE = IF. Suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDEF.I là trung điểm của BC nên I cố định.Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF là một điểm cố định. |

Câu 13: Từ một điểm M ở ngoài đường tròn O bán kính R, vẽ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn O bán kính R ( Với A, B là hai tiếp điểm ). Qua A vẽ đường thẳng song song với MB cắt đường tròn tâm O tại E. Đoạn ME cắt đường tròn tâm O tại F. Hai đường thẳng AF và MB cắt nhau tại I.

 a) Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn.

 b) Chứng minh IB2 = IF.IA.

 c) Chứng minh IM = IB.

Giải:

|  |
| --- |
| **Vẽ hình**: A E F 0 M  I B |
| 1. Có MA là tiếp tuyến

 Nên OA  MATương tự  |
|  |
|  Tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn có đường kính là OM. |
| Xét  và Có :  là góc chung   ( cùng bằng số đo ) đồng dạng  |
|  |
|  |
| 3) Ta có : AE // MB ( gt) Nên Mà  Xét vàCó  là góc chung ( Chứng minh trên )  đồng dạng   |
|   (2) |
| Từ (1) và ( 2 )  IB2 = IM2   IB = IM (đpcm) |

Câu 14: Cho đường tròn (O, 4cm), đường kính AB. Gọi H là trung điểm của OA, vẽ dây CD vuông góc với AB tại H. Lấy điểm E trên đoạn HD (E ≠ H và E ≠ D), nối AE cắt đường tròn tại F.

a) Chứng minh rằng AD2 = AE . AF

b) Tính độ dài cung nhỏ BF khi HE = 1 cm (chính xác đến **2** chữ số thập phân)

c) Tìm vị trí điểm E trên đoạn HD để số đo góc EOF bằng 900

Giải: ***Chứng minh: AD2 = AE . AF***

\*Ta có: AB  CD 

(các góc nt chắn các cung tương ứng bằng nhau)

\*Xét ADE và AFD có:

  (cm trên)

 : góc chung

 (g-g) 

***b. Tính độ dài cung nhỏ BF khi HE = 1cm (chính xác đến 2 chữ số thập phân)***

 \*Ta có: AH = OH =  (Vì H là trung điểm của OA và OA = 4cm)

 \*Xét AHE () có: tg 270

 1,88 (cm) (Với n = sđ)

***c. Tìm vị trí của điểm E trên đoạn HD để số đo của góc EOF bằng 900***

\*Xét EAO có: EH là đường cao (EH AB) cũng là đường trung tuyến (vì AH = OH) nên EAO cân tại E .



\*Mà  

 tan (vì EAH vuông tại H)

 

Vậy khi điểm E cách H một khoảng HE =  (cm) trên đoạn HD thì 

Câu 15: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và điểm C trên đường tròn sao cho CA = CB. Gọi M là trung điểm của dây cung AC; Nối BM cắt cung AC tại E; AE và BC kéo dài cắt nhau tại D.

a) Chứng minh: DE . DA = DC . DB

b) Chứng minh: MOCD là hình bình hành

c) Kẻ EF vuông góc với AC. Tính tỉ số ?

d) Vẽ đường tròn tâm E bán kính EA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là N; EF cắt AN tại I, cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K; EB cắt AN tại H. Chứng minh: Tứ giác BHIK nội tiếp được đường tròn.

Giải: ***Chứng minh DE . DA = DC . DB***

Ta có:  (góc nội tiếp nửa đường tròn (O))

 (vì kề bù với )

 Ta lại có:

  (góc nội tiếp nửa đường tròn (O)) 

  = 900 (vì kề bù với  )

 Xét ADC và BDE có:

 (cm trên)

 : góc chung

 (g-g)



***b. Chứng minh MOCD là hình bình hành***

 Ta có: MC = MA (gt)  (liên hệ giữa đk và dây cung)

 CDAC (vì )

OM // CD (cùng vuông góc với AC) (1)

Mặt khác: DAB có: BE và AC là hai đường cao cắt nhau tại M M là trực tâm

 DM là đường cao thứ ba DM  AB

DM // CO (2)

Mà: CA = CB 

Từ (1) và (2) suy ra: MOCD là hình bình hành.

***c. Kẻ EF  AC. Tính tỉ số  ?***

 XétMFE và MCB có:

 

 (đối đỉnh)

 (g – g)

 Ta lại có: AC = 2MC (gt). Mà: CB = CA CB = 2MC

 

***d. Chứng minh tứ giác BHIK nội tiếp được đường tròn.***

 Ta có:  (góc nội tiếp đường tròn tâm (O)) (3)

 Ta lại có:  (góc có đỉnh nằm trong đường tròn (O))

 Mà : EA = EN (bán kính đường tròn (E))

  (4)

 Từ (3) và (4) suy ra: 

 Mà  là góc ngoài tại H của tứ giác BIHK

Vậy tứ giác BIHK nội tiếp được đường tròn.



Câu 16: Cho tam giác ABC vuông tại A. Qua C kẻ đường thẳng d vuông góc với AC. Từ trung điểm M của cạnh AC kẻ ME vuông góc với BC (E thuộc BC), đường thẳng ME cắt đường thẳng d tại H và cắt đường thẳng AB tại K.

 a) Chứng minh: ∆AMK = ∆CMH, từ đó suy ra tứ giác AKCH là hình bình hành.

 b) Gọi D là giao điểm của AH và BM. Chứng minh tứ giác DMCH nội tiếp và xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó.

 c) Chứng minh: AD.AH = 2ME.MK.

 d) Cho AB = a và . Tính độ dài đường tròn ngoại tiếp tứ giác DMCH theo a.

Giải:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu 4****(4,0)** | Hình vẽ(0,25) |  | 0,25 |
| a)(1,0) | **+** AM = MC (gt) ,  (đđ)+ + suy ra: MK = MH+ Vì MK = MH và MA = MC nên tứ giác AKCH là hình bình hành. | 0,250,250,250,25 |
| b)(1,0) | + Nêu được: CA  BK và KE  BC , suy ra M là trực tâm tam giác KBC. + Nêu được: KC // AH và BM KC, suy ra BM AH.+ => Tứ giác DMCH nội tiếp.+  => Tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác DMCH là trung điểm MH. | 0,250,250,250,25 |
| c)(1,0) | **+** Chứng minh được hai tam giác ADM và ACH đồng dạng (g.g) ++ Ta lại có: MC2 = ME.MH và MH=MK nên MC2 = ME.MK (2)+ Mặt khác: MC = MA (gt) (3) Từ (1), (2), (3) =>  => AH.AD = 2ME.MK | 0,250,250,250,25 |
| d)(0,75) | **+** ABC vuông tại A, góc C = 300 nên AC = a.+ (cùng phụ góc CMH) => MH = 2MC Mà AC = 2MC nên: MH = AC = a.+ Độ dài đường tròn ngoại tiếp tứ giác DMCH là: ­ | 0,250,250,25 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | d(0,75) | **+** Tam giác ABC vuông tại A nên: AC = AB.cotC = a.+ => Diện tích hình tròn (O):+ ­ | 0,250,250,25 |

Câu 17: Cho hình chữ nhật ABCD có AB = 4 cm, AD = 2 cm. Đường thẳng vuông góc với AC tại C cắt các đường thẳng AB và AD lần lượt tại E và F.

 a) Chứng minh tứ giác EBDF nội tiếp trong đường tròn.

 b) Gọi I là giao điểm của các đường thẳng BD và EF. Tính độ dài đoạn thẳng ID.

 c) M là điểm thay đổi trên cạnh AB (M khác A, M khác B), đường thẳng CM cắt đường thẳng AD tại N. Gọi S1 là diện tích tam giác CME, S2 là diện tích tam giác AMN. Xác định vị trí điểm M để .

Giải:

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 4****(4,0 điểm)** | a) (1,0) Chứng minh tứ giác EBDF nội tiếp trong đường tròn. |
| Ta có: ( cùng phụ với ) ⇒   ⇒ tứ giác EBDF nội tiếp  | 0,250,250,250,25 |
| b) (1,5) Tính ID  |
| Tam giác AEC vuông tại C và BC ⊥ AE nên: BE.BA = BC2  ⇒  BE//CD ⇒  ⇒   ⇒  và tính được: BD =  ⇒  (cm) | 0,250,250,250,250,250,25 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu 4****(tt)** | c) (1,5 điểm) Xác định vị trí điểm M để S1 = S2  |
|  Đặt AM = x, 0 < x < 4 ⇒ MB = 4− x , ME = 5 − xTa có:  ,  S1 = S2 ⇔ 5− x = . ⇔ x2 + 18x − 40 = 0 ⇔ x = 2 (vì 0 < x < 4) Vậy M là trung điểm AB . | 0,250,250,250,250,250,25 |

Câu 18: Cho đường tròn (O) đường kính AB. Vẽ tiếp tuyến Ax với đường tròn (O). Trên Ax lấy điểm M sao cho AM > AB, MB cắt (O) tại N (N khác B). Qua trung điểm P của đoạn AM, dựng đường thẳng vuông góc với AM cắt BM tại Q.

1. Chứng minh tứ giác APQN nội tiếp đường tròn.
2. Gọi C là điểm trên cung lớn NB của đường tròn (O) (C khác N và C khác B).

Chứng minh: 

1. Chứng minh PN là tiếp tuyến của đường tròn (O).
2. Giả sử đường tròn nội tiếp  có độ dài đường kính bằng độ dài đoạn OA.

Tính giá trị của 

Giải: Tứ giác APQN có 

b) Ta có PA = PM và PQ ⊥ AM ⇒ QM = QB ⇒OQ // AM ⇒ OQ ⊥ AB

 (cùng phụ với )

 (cùng chắn )



c) Cách 1:  ⇒ tứ giác AONQ nội tiếp.

Kết hợp câu a suy ra 5 điểm A, O, N, Q, P cùng nằm trên một đường tròn

 ⇒ NP là tiếp tuyến của (O)

Cách 2:  (do ΔPAN cân tại P)

 (do ΔONB cân tại O)

Nhưng  (cùng phụ với )

⇒ 

Mà  ⇒ NP là tiếp tuyến của (O)

d) Gọi I là giao điểm của PO và (O), suy ra I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác APN

 (R là bán kính đường tròn (O))  đều 

  (g-g)  

Câu 19: Cho đường tròn (O; R) và một điểm S ở bên ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến SA, SB và đường thẳng a đi qua S cắt đường tròn (O; R) tại M, N với M nằm giữa S và N (đường thẳng a không đi qua tâm O).

1. Chứng minh SOAB
2. Gọi I là trung điểm của MN và H là giao điểm của SO và AB; hai đường thẳng OI và AB cắt nhau tại E. Chứng minh: OI.OE = R2
3. Chứng minh tứ giác SHIE nội tiếp đường tròn
4. Cho SO = 2R và MN = R. Tính diện tích tam giác ESM theo R

Giải:

Câu : Cho nửa đường tròn tâm *O* đường kính *AB.* Từ *A, B* vẽ các tiếp tuyến *Ax, By* về phía có chứa nửa đường tròn *(O).* Lấy điểm *M* thuộc đoạn thẳng *OA*; điểm *N* thuộc nửa đường tròn *(O)*. Đường tròn *(O’)* ngoại tiếp tam giác *AMN* cắt *Ax* tại *C;* đường thẳng *CN* cắt *By* tại *D.*

* 1. Chứng minh tứ giác *BMND* nội tiếp.
	2. Chứng minh *DM* là tiếp tuyến của đường tròn *(O’).*

3/ Gọi *I* là giao điểm của *AN* và *CM; K* là giao điểm của *BN* và *DM*. Chứng minh *IK* song song *AB*.

Giải:

Câu 20: Cho tam giác ABC nhọn, vẽ đường cao AH. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H lên hai cạnh AB, AC. Đường thẳng qua A vuông góc với EF cắt cạnh BC tại D.

1/ Chứng minh đường thẳng AD đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.

2/ Gọi I, K lần lượt là hình chiếu của D lên hai cạnh AB, AC. Chứng minh tam giác DIK đồng dạng với tam giác HEF.

3/ Chứng minh 

Giải:

Câu 21: Cho đường tròn ( O) bán kính R = 3 cm và một điểm I nằm ngoài đường tròn, biết rằng OI = 4cm.Từ I kẻ hai tiếp tuyến IA và IB với đường tròn (A,B là tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác OAIB nội tiếp.

b)Từ I kẻ đường thẳng vuông góc với OI cắt tia OA tại O’.Tính OO’ và diện tích tam giác IOO’ .

c) Từ O’ kẻ O’C vuông góc BI cắt đường thẳng BI tại C.Chứng minh O’I là tia phân giác của 

Giải:  