**7 bài hình chọn lọc ôn thi 9 lên 10**

Câu 1: Cho đường tròn , hai điểm  nằm trên  sao cho . Điểm  nằm trên cung lớn  sao cho  và tam giác  có ba góc đều nhọn. Các đường cao  của tam giác  cắt nhau tại điểm.  cắt  tại điểm (khác điểm);  cắt  tại điểm (khác điểm);  cắt  tại điểm. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác  nội tiếp một đường tròn.

b)  là đường kính của đường tròn .

c)  song song với .

Giải:

|  |  |
| --- | --- |
| a)Ta có . Do đó,là tứ giác nội tiếp.b) Do tứ giác  nội tiếp nên . .Suy ra,  hay  là đường kính của . |  |

c) Do  là đường kính của  nên . Do đó,  là trực tâm tam giác  hay .

Do  cùng nhìn  dưới góc  nên tứ giác  nội tiếp.

Suy ra,  là điểm chính giữa của cung .

Vì  nên  không cân tại  do đó  không thẳng hàng. Từ đó suy ra .

Câu 2: Cho ABC vuông tại C nội tiếp trong đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R, . Gọi H là chân đường cao hạ từ C xuống AB, K là trung điểm đoạn thẳng AC. Tiếp tuyến tại B của đường tròn tâm O cắt AC kéo dài tại điểm D.

 a) Chứng minh tứ giác CHOK nội tiếp trong một đường tròn

 b) Chứng minh rằng AC.AD= 4R2.

 c) Tính theo R diện tích của phần tam giác ABD nằm ngoài hình tròn tâm O.

Giải:



a) Chứng minh tứ giác CHOK nội tiếp trong một đường tròn

Vì K là trung điểm của dây cung AC nên OK  AC  

Xét tứ giác CHOK có :

 (cmt)

 (vì CH  AB)

Vì  nên tứ giác CHOK nội tiếp

b) Chứng minh rằng AC.AD= 4R2.

Xét ACB và ABD có :



 là góc chung

Vậy ACB ABD (g-g)   AC.AD = AB2 = (2R)2 = 4R2 (đpcm)

c) Tính theo R diện tích của phần tam giác ABD nằm ngoài hình tròn tâm O.

Gọi S là diện tích của phần tam giác ABD nằm ngoài hình tròn tâm O

Khi đó : 

Ta có : OB = OC = bk, OBC là tam giác đều  OB = OC = BC = R và 

Lại có CH  AB  H là trung điểm OB  BH =   AH = 

Trong CHB vuông tại H có :   

Vì CH // BD (cùng vuông góc với AB) nên 

Khi đó :







Vậy diện tích phần tam giác ABD nằm ngoài hình tròn tâm O là :

= (đvdt)

Câu 3: Cho tam giác  vuông tại *A* có đường cao Gọi  là trung điểm của  kẻ  vuông góc với  tại 

 a) Chứng minh tứ giác nội tiếp. Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác

 b) Chứng minh tam giác  đồng dạng với tam giác 

 c) Chứng minh 

***ểm*)**. Cho tam giác  vuông tại *A* có đường cao Gọi  là trung điểm của  kẻ  vuông góc với  tại 

 a) Chứng minh tứ giác nội tiếp. Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác

 b) Chứng minh tam giác  đồng dạng với tam giác 

 c) Chứng minh 

Giải:



1. Ta có 

Suy ra  cùng nhìn đoạn  dưới một góc vuông. Vậy tứ giácnội tiếp đường tròn đường kính 

Đường tròn ngoại tiếp tứ giáccó tâm là trung điểm của .

b) Xét và  có:

+)  

+) (do tứ giác nội tiếp);  (cùng phụ ).

Suy ra 

Suy ra (g.g).

c) Theo phần b) ta có 

Mặt khác áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông  ta có

 hay 

Do đó  hay 

Ta có  (g.g) nên 

Mặt khác  (g.g) nên 

Suy ra  hay 

Từ  và  ta có 

Câu 4: Cho tam giác nhọn *ABC* (*AB<AC*), đường cao *AH*, nội tiếp đường tròn (*O*). Gọi *D* và *E* thứ tự là hình chiếu vuông góc của *H* lên *AB* và *AC*.

a) Chứng minh các tứ giác *AEHD* và *BDEC* nội tiếp được đường tròn.

b) Vẽ đường kính *AF* của đường tròn (*O*). Chứng minh  và *AF* vuông góc với *DE*.

c) Gọi *O’* là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *BDE*. Chứng minh *O’* là trung điểm của *HF.*

d) Tính bán kính đường trò (*O’*) biết 

GIẢI:



1. Tứ giác *AEHD* có Tứ giác *AEHD* nội tiếp được đường tròn đường kính AH.

 Tứ giác *AEHD* (cmt) (cùng chắn ). Dễ thấy  (cùng phụ ).

Từ (1) và (2) suy ra nên tứ giác *BDEC* nội tiếp được đường tròn.

1. Áp dụng hệ thức lượng trong hai tam giác vuông AHB và AHC ta có:

 Do đó 

Nối FB, FC. Gọi I là giao điểm của AF và DE.

Ta có  (cmt) và (cùng chắn ) suy ra nên tứ giác BDIF nội tiếp được đường tròn. Vậy 

c) Gọi M,N,O’’ lần lượt là trung điểm của BD,EC,HF.

- Ta chứng minh được MO’’ và NO’’ lần lượt là đường trung bình của các hình thang BDHF và CEHFvà 

- Vì tứ giác *BDEC* nội tiếp màlà tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE suy ra cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác *BDEC* thuộc đường trung trực của BD . Suy ra MO’ là trung trực của BD do đó

 lại có  .

 Tương tự ta có 

* Từ (3) và (5) suy ra MO’’ và MO’ là hai tia trùng nhau
* Từ (4) và (6) suy ra NO’’ và NO’ là hai tia trùng nhau

Do đó O’ trùng O”. Mà O’’ là trung điểm của HF nên O’ cũng là trung điểm của HF.

1. - Trong  ta có 
* Trong  ta có 
* Vì O’ và O lần lượt là trung điểm của HF và AF nên OO’ là đường trung bình của tam giác AHF
* Gọi K là giao điểm của OO’ và BC dễ thấy  tại trung điểm K của BC. Áp dụng định lí Pytago vào tam giác vuông OKC ta tính được 
* Ta có 
* Áp dụng định lí Pytago vào tam giác vuông O’KC ta tính được 

Vậy bán kính đường trò (*O’*) là 

Câu 4: Cho đường tròn (O; R), hai đường kính AB và CD vuông goác với nhau. Gọi E là điểm thuộc cung nhỏ BC ( E không trùng với B và C), tiếp tuyến của đường tròn (O; R) tại E cắt đường thẳng AB tại I. Gọi F là giao điểm của DE và AB, K là điểm thuộc đường thẳng IE sao cho KF vuông góc với AB.

**a.** Chứng minh tứ giác OKEF nội tiếp.

**b.** Chứng minh$ \hat{OKF}=\hat{ODF}. $

**c.** Chứng minh$DE.DF=2R^{2}$

**d.** Gọi M là giao điểm của OK với CF, tính tan  $\hat{MDC}$ khi $\hat{EIB }=45^{0}$

GIẢI:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| (3,5đ) | a | ***Vẽ đúng hình ý a cho 0,25 điểm***Có $Có KF⊥OF nên \hat{KFO}=90^{0}$$$và IE ⊥OE nên \hat{KEO}= 90^{0}$$$Suy ra \hat{KFO}= \hat{KEO},$ hay tứ giác OKEF nội tiếp  |  | 0,250,250,250,25 |
| b | Vì tứ giác OKEF nội tiếp nên $\hat{OKF}= \hat{OEF}$ $$△OED cân ở O \left(OE=OD\right) nên $$$$\hat{ODF}= \hat{OED}$$Vậy $\hat{OKF}= \hat{ODF}$ | 0,50,5 |
|  | c | Xét $△OFD $ và $△ECD$ ta có $\hat{EDC }chung, \hat{CED }= \hat{FOD}=90^{0}$Suy ra $△OFD đồng dạng với △ECD$ $$⇒\frac{OD}{ED}=\frac{FD}{CD}⇒R .2R=FD.ED hay FD.ED=2R^{2}$$ | 0,50,5 |
| d | Kẻ MN vuông góc CD tại NTa có $\hat{OKF}= \hat{ODF}, \hat{KFO}= \hat{DOF}=90^{0}⇒ △KFO=△DOF$$$⇒KF=DO=OC=R$$$$Có KF⊥AB, CO⊥AB ⇒KF∥OC⇒CKFO là hình chữ nhật ⇒ M là trung$$$$điểm của CF ⇒N là trung điểm của OC ⇒DN= OD+ON=R+ \frac{R}{2}= \frac{3}{2}R $$ | 0,25 |
| Mặt khác ta có $\hat{EIB}=45^{0} nên △FKI vuông cân tại F⇒FI=FK=R $Ta có $△EOI vuông cân tại E ⇒OI=R\sqrt{2}⇒OF=OI-FI=( \sqrt{2 }$- 1) RDo đó $MN= \frac{1}{2}FO= \frac{( \sqrt{2 }- 1)}{2}R$Suy ra $tan \hat{MDC}= \frac{MN}{DN}= \frac{\sqrt{2 }- 1}{3}$  | 0,25 |

Câu 5: Cho đường tròn tâm  đường kính . Kẻ dây cung  vuông góc với  tại  (  nằm giữa  và ,  khác  và ). Lấy điểm  thuộc  (  khác  và ), tia  cắt đường tròn tại  khác .

a).Chứng minh tứ giác  là tứ giác nội tiếp.

b).Gọi  là giao điểm của hai đường thẳng  và . Chứng minh: .

c).Đoạn thẳng  cắt đường tròn  tại  khác . Chứng minh  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác .

d).Gọi ,  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  và  lên đường thẳng . Chứng minh .



**Lời giải**

***a).Chứng minh tứ giác  là tứ giác nội tiếp.***

Có  .

 Tứ giác  nội tiếp đường tròn đường kính .

***b).Gọi  là giao điểm của hai đường thẳng  và . Chứng minh: .***

Có ,  (góc chung) ******

***c).Đoạn thẳng  cắt đường tròn  tại  khác . Chứng minh  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác .***

 có ba đường cao , ,  đồng qui tại . Suy ra  là trực tâm của .

Có  (trong đường tròn )

Có  (trong đường tròn )

Có  (tứ giác  nội tiếp đường tròn đường kính )

Suy ra  là tia phân giác của .

Tương tự  là tia phân giác của .

 có hai tia phân giác  và  cắt nhau tại . Suy ra  là tâm đường tròn nội tiếp .

***d).Gọi ,  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  và  lên đường thẳng . Chứng minh .***

Gọi  là giao điểm của tia  và đường tròn .

Có ,  (do  là tia phân giác của )

 Tứ giác  nội tiếp đường tròn.

.

 là tia phân giác của 

 có  chung, , 



Do đó ******.

Có . Suy ra  là hình chữ nhật, nên .

Suy ra  , mà  nội tiếp đường tròn .

 là hình thang cân 

Vậy ***.***

Câu 6: Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn tâm O bán kính R, kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn ( B, C là các tiếp điểm). Trê cung nhỏ BC lấy một điểm M bất kỳ khác B và C. Gọi I,K,P lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các đường thẳng AB, AC, BC

1. Chứng minh AIMK là tứ giác nội tiếp;
2. Chứng minh 
3. Xác định vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để tích  đạt giá trị nhỏ nhât..

GIẢI:

Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn tâm O bán kính R, kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn ( B, C là các tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M bất kỳ khác B và C. Gọi I,K,P lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các đường thẳng AB, AC, BC

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Chứng minh AIMK là tứ giác nội tiếp;

Có:  nên tứ giác AIMK nội tiếp. 1. Chứng minh .

TT câu a ta cm đc tứ giác KCPM nội tiếp.Suy ra:  ( hai góc nt cùng chắn cung MK) (1)  | **Description: C:\Users\Linh Minh\Desktop\Khong.emf** |

Mà ( góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây và góc nt cùng chắn cung MC của (O)) (2)

Từ (1) và (2) suy ra  hay 

1. Xác định vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để tích đạt giá trị nhỏ nhât..

Chứng minh được nên: 

Đểlớn nhất khi chỉ khi MP lớn nhất, nên M là điểm chính giữa cung nhỏ BC

.

Câu 7: Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Trên đường tròn  lấy điểm C không trùng B sao cho . Các tiếp tuyến của đường tròn  tại A và tại C cắt nhau tại D. Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB, E là giao điểm của hai đường thẳng OD và AC.

 a) Chứng minh OECH là tứ giác nội tiếp.

 b) Gọi F là giao điểm của hai đường thẳng CD và AB. Chứng minh  .

 c) Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng BD và CH. Chứng minh hai đường thẳng EM và AB song song với nhau.

GIẢI:

a)

(tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

 (bán kính)

Do đó OD là đường trung trực của đoạn thẳng AC

 

Tứ giác có 

 Tứ giác là tứ giác nội tiếp.

b) Xét  có:  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BC) (1)

 (Cùng phụ ) (2)

Từ (1) và (2) suy ra  là tia phân giác của  (\*)



 vuông tại H nên  hay 

c) Gọi K là giao điểm của DB và AC.

Xét  ta có:  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn) (3)

Ta có  vuông tại có 

  vuông tại  có 

 (Cùng phụ ) (4)

Từ (3) và (4) suy ra 

  là tia phân giác trong của tam giác  (\*\*)

Theo tính chất tia phân giác trong  ta có:



  (Do)

Mặt khác ta có:  (cùng vuông góc )

 (Định lý Ta lét)

 





Mà  (Do là đường trung trực của AB) nên  là đường trung bình của 

  hay 