**12 BÀI HÌNH CHỌN LỌC ÔN THI 9 LÊN 10**

**Bài 1:** Cho đường tròn *(O)* đường kính *AB* và điểm *M* bất kì thuộc đường tròn sao cho  . Kẻ tiếp tuyến tại *A* của đường tròn, tiếp tuyến này cắt tia *BM* ở *N*. Tiếp tuyến của đường tròn tại *M* cắt *CN* ở *D*.

a) Chứng minh bốn điểm *A, D, M, O* cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh *OD* song song *BM*.

 c) Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với AB và cắt đường thẳng *BM* tại *I*. Gọi giao điểm

của *AI* và *BD* là *G*. Chứng minh ba điểm *N, G, O* thẳng hàng.

**Lời giải:**



a) Ta có:

 (tính chất tiếp tuyến) 

 (tính chất tiếp tuyến) 

Xét tứ giác OMD4 có:

Mà hai góc này ở vị trí đối diện

Nên tứ giác OMDA nội tiếp

Hay bốn điểm  cùng thuộc một đường tròn.

b) Xét (O) ta có: OD là tia phân giác trong góc (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

 (1)

Mà  (góc nội tiếp và góc ở tâm củng chắn cung MA) (2)

Từ (1) và (2) suy ra 

Mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên  (đpcm).

c) Vì 

Mà O là trung điểm của là đường trung bình của tam giác ABN

 là trung điểm của  là trung tuyến của tam giác ABN.

Lại có (cmt), mà O là trung điểm của  là đường trung bình của tam giác ABN

 là trung điểm của  là trung tuyến của tam giác ABN.

Mà NO là trung tuyến của tam giác ABC.

Mặt khác ta lại có: 

Do đó AI, BD, NO đồng qui tại G là trọng tâm của tam giác ABN.

Suy ra  thẳng hàng.

**Bài 2:** Cho tam giác  vuông tại  , đường cao  . Vẽ đường tròn  bán kính  . Từ đỉnh  kẻ tiếp tuyến  với  cắt đường thẳng  tại  (điểm  là tiếp điểm,  và  không trùng nhau).

 a) Chứng minh  là tứ giác nội tiếp.

 b) Cho  Tính .

 c) Gọi HK là đường kính của . Chứng minh rằng .

**Lời giải:**



a) **Chứng minh tứ giác  là tứ giác nội tiếp.**

Do  là tiếp tuyến của  

Xét tứ giác  có:



 Tứ giác  là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AB (tứ giác có tổng hai góc đối bằng  )

b) **Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông tính AH, suy ra AI.**

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC, đường cao AH ta có:



Vậy 

c) **Gọi  là đường kính của . Chứng minh rằng .**

+) Áp dụng tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có: 



Mà 

+) Xét  và có:

 chung





Suy ra 

 (hai góc tương ứng)  vuông tại K.

+) Xét tam giác vuông  và tam giác vuông  có:

 ;

 (đối đỉnh);

 (cạnh góc vuông – góc nhọn kề)

 (hai cạnh tương ứng).

Từ  và  suy ra 

**Bài 3:** Cho đường tròn  đường kính *AB*. Trên đường thẳng *AB* lấy điểm *C* sao cho *B* nằm giữa

*A, C*. Kẻ tiếp tuyến *CK* với đường tròn  (*K* là tiếp điểm ), tiếp tuyến tại *A* của đường tròn  cắt

đường thẳng *CK* tại *H*. Gọi *I* là giao điểm *OH* và *AK*, *J* là giao điểm của *BH* với đường tròn 

(*J* không trùng với *B*).

 a) Chứng minh *AJ.HB = AH.AB.*

 b) Chứng minh 4 điểm *B, O, I, J* cùng nằm trên một đường tròn.

 c) Đường thẳng vuông góc với *AB* tại *O* cắt *CH* tại *P*. Tính .

**Lời giải:**

|  |
| --- |
| *Hình vẽ*  |
| *Chứng minh : Chứng minh AJ.HB = AH.AB.*  |
| vuông tại A (giả thiết *AH* là tiếp tuyến của đường tròn) (góc nội tiếp chắn nữa đường tròn *(O)*) |
| suy ra *AJ* là đường cao của tam giác *AHB* |
| Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông *AHB* ta có*AJ.HB = AH.AB.* |
| *Chứng minh 4 điểm B, O, I, J cùng nằm trên một đường tròn.* |
| Vì *OH* là đường trung trực của đoạn thẳng *AK* (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên *OH* vuông góc với *AK* Ta lại có => tứ giác *AIJH* nội tiếp đường tròn (góc nội tiếp cùng chắn cung *JH*) |
| Mặt khác  (do cùng phụ với góc ) |
| Mà Vậy 4 điểm *B, O, I, J* cùng nằm trên một đường tròn. |
| *Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CH tại P. Tính .* |
| Ta có *OP* // *AH* (vì cùng vuông góc với AB) (so le trong)Mà  (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) Suy ra tam giác *HOP* cân tại *H* => *HP = OP* (\*\*) |
| Áp dụng định lý Ta let trong tam giác AHC ta có :  |

**Bài 4:** Cho đường tròn (O; R), dây BC cố định. Điểm A di động trên cung lớn BC (AB < AC) sao cho tam giác ABC nhọn. Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H. Gọi K là giao điểm của EF với BC.

1) Chứng minh: Tứ giác BCEF nội tiếp.

2) Chứng minh: 

3) Gọi M là giao điểm của AK với (O) . Chứng minh .

**Lời giải:**

**1) *Chứng minh: Tứ giác BCEF nội tiếp.***

Do 

Tứ giác BCEF có  nên là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

**2) *Chứng minh: ***

Tứ giác BCEF nội tiếp (câu a) nên  (góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Xét tam giác  và có:

 (g - g)

  (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)  (đpcm)

 **3) *Gọi M là giao điểm của AK với (O) . Chứng minh .***

Kéo dài AH cắt BC tại D thì 

 Xét tam giác AFH và ADB có:

 (g - g)  (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)



Dễ thấy tứ giác AMBC nội tiếp (O) nên  (tính chất) (2)

Tứ giác ABCF nội tiếp (cmt) nên 

Mà  (đối đỉnh)



Từ (2) và (3) suy ra  (cùng bù với)

Xét tam giác AMB và AFK có:

 (g - g)  (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)



Từ (1) và (4) suy ra 

Xét tam giác AMH và ADK có:

 (c - g - c)  (hai góc tương ứng)

Mà  (đpcm)

Bài 5: Cho đường tròn (O), điểm M nằm ngoài đường tròn (O). kẻ hai tiếp tuyến MB, MC (B và C là các tiếp điểm) với đường tròn. Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho AB < AC. Từ điểm M kẻ đường thẳng song song với AB, đường thẳng này cắt đường tròn (O) tại D và E (MD < ME),cắt BC tại F, cắt AC tại I.

a) Chứng minh tứ giác MBOC nội tiếp.

b) Chứng minh 

c) Đường thẳng OI cắt đường tròn (O) tại P và Q (P thuộc cung nhỏ AB). Đường thẳng QF cắt đường tròn (O) tại K (K khác Q). Chứng minh 3 điểm P, K, M thẳng hàng.

**Lời giải:**



1. Do Mb,Mc là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) nên 

Xét tứ giác MBOC có:  suy ra tứ giác MBOC là tứ giác nội tiếp.

1. Xét tam giác FBD và tam giác FEC có:



 ( hai góc nội tiếp cùng chắn cung BE)



Ta có AB// ME suy ra 

Mà (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BC)



Xét tam giác FBM và tam giác FIC có:

 (đđ)





Từ (1) và (2) 

1. Xét tam giác FDK và tam giác FQE có:

 (đđ)

( hai góc nội tiếp cùng chắn cung DQ)





Từ (3) và (4) 

Xét tam giác FMQ và tam giác FKI có:







Suy ra tứ giác KIQM là tứ giác nội tiếp

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung MQ)

Ta có  suy ra tứ giác MBIC là tứ giác nội tiếp

Mà MOBC là tứ giác nội tiếp nên M, B, O, I, C cùng thuộc 1 đường tròn.

Ta có  suy ra OM là đường kính của đường tròn đi qua 5 điểm M, B, O, I, C.

Suy ra (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)





Lại có (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Từ đó ta có: 

Vậy 3 điểm P, K, M thẳng hàng.

**Bài 6:**

Cho đường tròn  , đường kính . Kẻ tiếp tuyến  với đường tròn và lấy trên tiếp tuyến đó điểm sao cho , từ kẻ tiếp tuyến thứ hai tiếp xúc với đường tròn tại .

 a) Chứng minh tứ giác  nội tiếp được đường tròn.

 b) Chứng minh song song .
 c) Biết đường thẳng vuông góc với tại cắt  tại ,  cắt  tại , cắt  tại ,cắt  tại . Chứng minh ba điểm  thẳng hàng.

**Lời giải:**



a)Xét tứ giác  có nội tiếp đường tròn đường kính .

b) Chứng minh 

(góc nội tiếp chắn nửa đườn tròn) (1)

là hai tiếp tuyến xuất phát từ (2)

Từ (1),(2) 

c) Tam giác có là đường cao đồng thời là đường trung tuyến nên cân tại 

suy ra cũng là phân giác

hay 

Lại có (so le trong, )

 (so le trong, )

Suy ra  nội tiếp đường tròn đường kính 

là hình chữ nhật.

là trung điểm và 

Ta có có là các đường cao cắt nhau tại 

là trực tâm 

Mặt khác là hình thang nội tiếp đường tròn đường kính 

là hình thang cân

hay 

Do đó cân tại có là trung tuyến cũng là đường cao



Từ thẳng hàng.

**Bài 7:** Qua điểm A năm ngoài đường tròn (O) vẽ 2 tiếp tuyến AB, AC của đường tròn (B, C là các tiếp điểm. Gọi E là trung điểm của đoạn AC, F là giao điểm thứ hai của EB với (O)

1. Chứng minh tứ giác ABOC là tứ giác nội tiếp và ∆CEF ∆BEC
2. Gọi K là giao điểm thứ hai của AF với đường tròn (O). Chứng minh BF.CK = BK.CF
3. Chứng minh AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ∆ABF

**Lời giải:**

****

**1) Chứng minh tứ giác ABOC là tứ giác nội tiếp và ∆CEF ∆BEC**

 Có AB, AC là các tiếp tuyến của đường tròn (O) , B và C là ác tiếp điểm



Tứ giác ABOC có  nên tứ giác ABOC nội tiếp đường tròn

+ Đường tròn (O) có:

  là góc nội tiếp chắn cung CF

 là góc tạo bởi tia tiếp tuyến AC và dây cung CF

 (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung CF)

Xét ∆CEF và ∆BEC có

 là góc chung

 (chứng minh trên)

 ∆CEF ∆BEC (g . g)

**2) Chứng minh BF.CK = BK.CF**

Xét ∆ABF và ∆AKB có

 là góc chung

(góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BF)

 ∆ABF ∆AKB (g . g) 

Chứng minh tương tự ta có:

∆ACF ∆AKC (g . g) 

Mà AB = AC (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau của (O)) (3)

Từ (1), (2) và (3) 

**3) Chứng minh AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ∆ABF**

Có ∆ECF ∆EBC (Chứng minh câu a)

****

Mà EC = EA (gt) 

Xét ∆BEA ∆AEF có:



 là góc chung

 ∆BEA ∆AEF (c.g.c)  ( hai góc tương ứng) hay 

Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chưa điểm E, kẻ tia Ax là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ABF  (Cùng bằng ) tia AE trùng với tia Ax

**Bài 8:** Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và MN vuông góc với nhau. Trên tia đối của tia MA lấy điểm C khác điểm M. Kẻ MH vuông góc với BC (H thuộc BC).

 a) Chứng minh BOMH là tứ giác nội tiếp.

 b) MB cắt OH tại E. Chứng minh ME.MH = BE.HC.

 c) Gọi giao điểm của đường tròn (O) với đường tròn ngoại tiếp ∆MHC là K. Chứng minh 3 điểm C, K, E thẳng hàng.

**Lời giải:**



 a) Ta có:  (do ABMN) và (do MHBC)

 Suy ra: 

 Tứ giác BOMH nội tiếp.

 b) ∆OMB vuông cân tại O nên  (1)

 Tứ giác BOMH nội tiếp nên  (cùng chắn cung OM)

 và  (cùng chắn cung OB) (2)

 Từ (1) và (2) suy ra: 

  HO là tia phân giác của   (3)

 Áp dụng hệ thức lượng trong ∆BMC vuông tại M có MH là đường cao ta có: (4)

 Từ (3) và (4) suy ra: (đpcm)

 c) Vì (do MHBC) nên đường tròn ngoại tiếp ∆MHC có đường kính là MC

 (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

 MN là đường kính của đường tròn (O) nên (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

 

 3 điểm C, K, N thẳng hàng (\*)

 ∆MHC ∽ ∆BMC (g.g) . Mà MB = BN (do ∆MBN cân tại B)

 , kết hợp với  (theo (5) )

 Suy ra:  . Mà ∆MCE ∽ ∆BNE (c.g.c)

 , mà  (do 3 điểm M, E, B thẳng hàng)

 

  3 điểm C, E, N thẳng hàng (\*\*)

 Từ (\*) và (\*\*) suy ra 4 điểm C, K, E, N thẳng hàng

 3 điểm C, K, E thẳng hàng (đpcm)

**Bài 9:** Cho ABC vuông tại C nội tiếp trong đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R, . Gọi H là chân đường cao hạ từ C xuống AB, K là trung điểm đoạn thẳng AC. Tiếp tuyến tại B của đường tròn tâm O cắt AC kéo dài tại điểm D.

 a) Chứng minh tứ giác CHOK nội tiếp trong một đường tròn

 b) Chứng minh rằng AC.AD= 4R2.

 c) Tính theo R diện tích của phần tam giác ABD nằm ngoài hình tròn tâm O.

**Lời giải:**



a) Chứng minh tứ giác CHOK nội tiếp trong một đường tròn

Vì K là trung điểm của dây cung AC nên OK  AC  

Xét tứ giác CHOK có :

 (cmt)

 (vì CH  AB)

Vì  nên tứ giác CHOK nội tiếp

b) Chứng minh rằng AC.AD= 4R2.

Xét ACB và ABD có :



 là góc chung

Vậy ACB ABD (g-g)   AC.AD = AB2 = (2R)2 = 4R2 (đpcm)

c) Tính theo R diện tích của phần tam giác ABD nằm ngoài hình tròn tâm O.

Gọi S là diện tích của phần tam giác ABD nằm ngoài hình tròn tâm O

Khi đó : 

Ta có : OB = OC = bk, OBC là tam giác đều  OB = OC = BC = R và 

Lại có CH  AB  H là trung điểm OB  BH =   AH = 

Trong CHB vuông tại H có :   

Vì CH // BD (cùng vuông góc với AB) nên 

Khi đó :







Vậy diện tích phần tam giác ABD nằm ngoài hình tròn tâm O là :

= (đvdt)

**Bài 10:** Cho tam giác  vuông tại *A* có đường cao Gọi  là trung điểm của  kẻ  vuông góc với  tại 

 a) Chứng minh tứ giác nội tiếp. Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác

 b) Chứng minh tam giác  đồng dạng với tam giác 

 c) Chứng minh 

**Lời giải:**



1. Ta có 

Suy ra  cùng nhìn đoạn  dưới một góc vuông. Vậy tứ giácnội tiếp đường tròn đường kính 

Đường tròn ngoại tiếp tứ giáccó tâm là trung điểm của .

b) Xét và  có:

+)  

+) (do tứ giác nội tiếp);  (cùng phụ ).

Suy ra 

Suy ra (g.g).

c) Theo phần b) ta có 

Mặt khác áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông  ta có

 hay 

Do đó  hay 

Ta có  (g.g) nên 

Mặt khác  (g.g) nên 

Suy ra  hay 

Từ  và  ta có 

**Bài 11:** Cho tam giác nhọn *ABC* (*AB<AC*), đường cao *AH*, nội tiếp đường tròn (*O*). Gọi *D* và *E* thứ tự là hình chiếu vuông góc của *H* lên *AB* và *AC*.

a) Chứng minh các tứ giác *AEHD* và *BDEC* nội tiếp được đường tròn.

b) Vẽ đường kính *AF* của đường tròn (*O*). Chứng minh  và *AF* vuông góc với *DE*.

c) Gọi *O’* là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *BDE*. Chứng minh *O’* là trung điểm của *HF.*

d) Tính bán kính đường trò (*O’*) biết 

**Lời giải:**



1. Tứ giác *AEHD* có Tứ giác *AEHD* nội tiếp được đường tròn đường kính AH.

 Tứ giác *AEHD* (cmt) (cùng chắn ). Dễ thấy  (cùng phụ ).

Từ (1) và (2) suy ra nên tứ giác *BDEC* nội tiếp được đường tròn.

1. Áp dụng hệ thức lượng trong hai tam giác vuông AHB và AHC ta có:

 Do đó 

Nối FB, FC. Gọi I là giao điểm của AF và DE.

Ta có  (cmt) và (cùng chắn ) suy ra nên tứ giác BDIF nội tiếp được đường tròn. Vậy 

c) Gọi M,N,O’’ lần lượt là trung điểm của BD,EC,HF.

- Ta chứng minh được MO’’ và NO’’ lần lượt là đường trung bình của các hình thang BDHF và CEHFvà 

- Vì tứ giác *BDEC* nội tiếp màlà tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE suy ra cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác *BDEC* thuộc đường trung trực của BD . Suy ra MO’ là trung trực của BD do đó

 lại có  .

 Tương tự ta có 

* Từ (3) và (5) suy ra MO’’ và MO’ là hai tia trùng nhau
* Từ (4) và (6) suy ra NO’’ và NO’ là hai tia trùng nhau

Do đó O’ trùng O”. Mà O’’ là trung điểm của HF nên O’ cũng là trung điểm của HF.

1. - Trong  ta có 
* Trong  ta có 
* Vì O’ và O lần lượt là trung điểm của HF và AF nên OO’ là đường trung bình của tam giác AHF
* Gọi K là giao điểm của OO’ và BC dễ thấy  tại trung điểm K của BC. Áp dụng định lí Pytago vào tam giác vuông OKC ta tính được 
* Ta có 
* Áp dụng định lí Pytago vào tam giác vuông O’KC ta tính được 

Vậy bán kính đường trò (*O’*) là 

**Bài 12:** Cho đường tròn (O; R), hai đường kính AB và CD vuông goác với nhau. Gọi E là điểm thuộc cung nhỏ BC ( E không trùng với B và C), tiếp tuyến của đường tròn (O; R) tại E cắt đường thẳng AB tại I. Gọi F là giao điểm của DE và AB, K là điểm thuộc đường thẳng IE sao cho KF vuông góc với AB.

**a.** Chứng minh tứ giác OKEF nội tiếp.

**b.** Chứng minh$ \hat{OKF}=\hat{ODF}. $

**c.** Chứng minh$DE.DF=2R^{2}$

**d.** Gọi M là giao điểm của OK với CF, tính tan  $\hat{MDC}$ khi $\hat{EIB }=45^{0}$

**Lời giải:**

|  |  |
| --- | --- |
| ***Vẽ đúng hình ý a cho 0,25 điểm***Có $Có KF⊥OF nên \hat{KFO}=90^{0}$$$và IE ⊥OE nên \hat{KEO}= 90^{0}$$$Suy ra \hat{KFO}= \hat{KEO},$ hay tứ giác OKEF nội tiếp  |  |
| Vì tứ giác OKEF nội tiếp nên $\hat{OKF}= \hat{OEF}$ $$△OED cân ở O \left(OE=OD\right) nên $$$$\hat{ODF}= \hat{OED}$$Vậy $\hat{OKF}= \hat{ODF}$ |
| Xét $△OFD $ và $△ECD$ ta có $\hat{EDC }chung, \hat{CED }= \hat{FOD}=90^{0}$Suy ra $△OFD đồng dạng với △ECD$ $$⇒\frac{OD}{ED}=\frac{FD}{CD}⇒R .2R=FD.ED hay FD.ED=2R^{2}$$ |
| Kẻ MN vuông góc CD tại NTa có $\hat{OKF}= \hat{ODF}, \hat{KFO}= \hat{DOF}=90^{0}⇒ △KFO=△DOF$$$⇒KF=DO=OC=R$$$$Có KF⊥AB, CO⊥AB ⇒KF∥OC⇒CKFO là hình chữ nhật ⇒ M là trung$$$$điểm của CF ⇒N là trung điểm của OC ⇒DN= OD+ON=R+ \frac{R}{2}= \frac{3}{2}R $$ |
| Mặt khác ta có $\hat{EIB}=45^{0} nên △FKI vuông cân tại F⇒FI=FK=R $Ta có $△EOI vuông cân tại E ⇒OI=R\sqrt{2}⇒OF=OI-FI=( \sqrt{2 }$- 1) RDo đó $MN= \frac{1}{2}FO= \frac{( \sqrt{2 }- 1)}{2}R$Suy ra $tan \hat{MDC}= \frac{MN}{DN}= \frac{\sqrt{2 }- 1}{3}$  |